Corrigé contrôle continu du 19 Novembre 2004

B. Problème Filtre de Wien

1.

Relation entre la fréquence et la pulsation: $\omega = 2\pi f$

f s'exprime en Hertz et ω en rad.s^{-1}
Le filtre est dit "passif" car il ne comporte que des composants passifs (résistance, inductance, condensateurs) et aucun composant actif (alimenté en tension).

2.1

A très basse fréquence, le condensateur série en entrée se comporte comme un coupe-circuit d'où pas de signal de sortie.
A très haute fréquence, le condensateur en parallèle se comporte comme un court cicuit, il n'y a donc pas de signal de sortie non plus.
Donc ce filtre est un filtre passe-bande.

2.2

$$Z_{RCsérie} = R - j / C\omega$$

$$Z_{RC//} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{Z_{//}}{Z_{//} + Z_{série}} = \frac{1}{3 + jRC\omega - \frac{j}{RC\omega}} \quad (1)$$

2.3

RC a la dimension physique d'un temps.
$R = 5k\Omega$, $C = 10nF$ d'où $RC = 5\times 10^{-5}\, s$

3.1.1

on pose $x = RC\omega$ dans l'expression de $H(j\omega)$ (expression (1)) et on trouve immédiatement:

$$\underline{T}(x) = \frac{1}{[3 + j(x - 1/x)]} \quad (2)$$

3.1.2

On calcule le module de $\underline{T(x)}$ et on obtient:

$$|T(x)| = \frac{1}{\sqrt{9 + (x - 1/x)^2}}$$

Donc $|T(x)|$ est maximal pour $x - 1/x = 0 \Rightarrow x = 1$ i.e. $\omega = RC$ et la valeur correspondante pour $|T(x)|$ est $|T(1)| = 1/3$

3.2

$$G_{u,dB}(x) = 20\log\left|\underline{T(x)}\right| = -10\log\left(9+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right)$$

$$G_{u,dB,\max} = G_{u,dB}(1) = -9.54\ dB$$

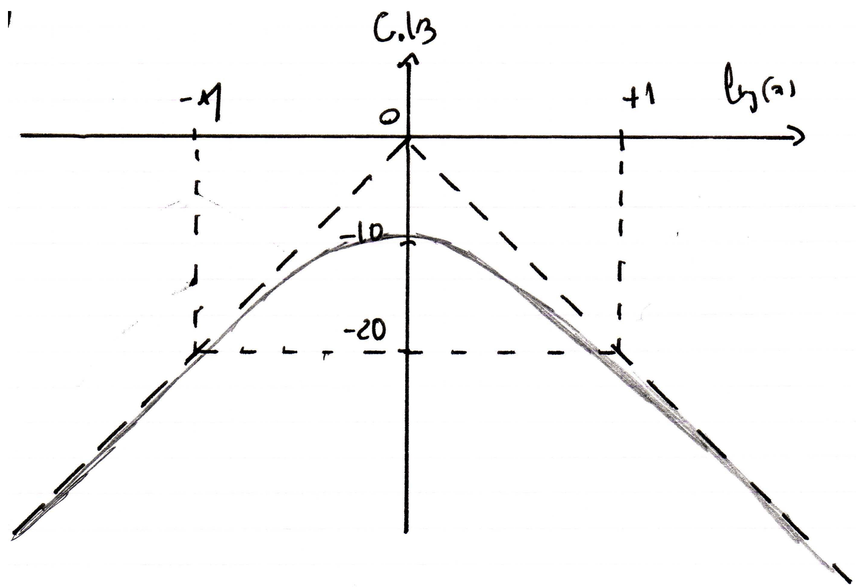
A basse fréquence:

$G_{u,dB}(x) \approx 20\log(x)$: asymptote passant par l'origine et de pente +20 dB/décade

A haute fréquence:

$G_{u,dB}(x) \approx -20\log(x)$: asymptote passant par l'origine et de pente –20 dB/décade

D'où le graphe:



3.3

Les fréquences de coupure à –3dB correspondent aux valeurs de fréquences telles que

$$\left|T(x)\right| = \frac{\left|T(x)\right|_{\max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{9}+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \Rightarrow x^2 \pm 3x - 1 = 0$$

On obtient 4 racines dont deux positives:

$x_1 = \dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ d'où la bande passante $\Delta x = x_2 - x_1 = 3$

4

Phase de la fonction de transfert: $\phi(x) = -\arctan\left(\dfrac{x-1/x}{3}\right)$

A basse fréquence: $x \to 0$, $\phi \to +\pi/2$

A haute fréquence: $x \to \infty$, $\phi \to -\pi/2$

D'où circuit avance ($+\pi/2$) -retard ($-\pi/2$)